

Prof. Dr. Alfred Toth

Das Zeichen als differenzierbare Funktion II

1. In Teil I zur infinitesimalen Behandlung der bereits in Bense (1975, S. 16) definierten und in Bense (1981, S. 76 ff.) weiter ausgeführten Zeichenfunktion (Toth 2012a) war ausgegangen worden von der systemischen Notation der triadischen Zeichenklasse

$$ZR_{\text{sys}} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]],$$

mit den Grenzwerten A (Außen) und I (Innen), die also semiotisch tiefer und mathematisch gewissermaßen „weiter draussen“ liegen als S (Subjekt) und O (Objekt) und für welche die folgenden Definitionen aus Toth (2012b) gelten

$$\omega := (A \rightarrow I)$$

$$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$$

$$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I).$$

Nach diesen Definitionen gelten also folgende SEMIOTISCHEN ABLEITUNGEN:

$$f([[\omega, 1], 1])' = [\omega, 1]$$

$$f([\omega, 1]) = \omega.$$

2. Umgekehrt lassen sich aus den rechts von den beiden Gleichheitszeichen stehenden Terme gemäß der bekannten Beziehung $F'(x) = f(x)$ die SEMIOTISCHEN STAMMFUNKTIONEN bilden:

$$F(\omega) = [\omega, 1]$$

$$F([\omega, 1]) = [[\omega, 1], 1].$$

Für die semiotische Ableitungstechnik bedeutet das also, daß ein verallgemeinertes semiotisches Replikationsprinzip gilt (vgl. Toth 2008, S. 164):

$$R(3) = (2)$$

$$R(2) = (1)$$

mit

$$RR(3) = 1,$$

d.h. SEMIOTISCHE INTEGRATION funktioniert semiosisch-generativ, und SEMIOTISCHE DIFFERENTIATION funktioniert retrosemiosisch-degenerativ. Ob man bei der semiotischen Integration mit einer zusätzlichen Konstanten rechnen muß oder ob durchgehend $C = 0$ gilt, muß mangels vorhandenen Untersuchungen vorerst dahingestellt bleiben.

3. Für den nächsten Formalisierungsschritt wollen wir die systemtheoretischen semiotischen Partialrelationen wie schon früher rein numerisch notieren, d.h. wir setzen $\omega = 1$. Dann haben wir

$$(A \rightarrow I) := 1$$

$$((A \rightarrow I) \rightarrow A) := (1, 2)$$

$$(((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I) := ((1, 2), 3)$$

Da für semiotische Differentiation also

$$(((1, 2), 3))' = (1, 2)$$

$$(1, 2)' = (1),$$

gibt es also für Zeichenklassen, deren trichotomische Werte n für mehr als eine Partialrelation $n > 1$ ist, mindestens 2 verschiedene semiotische Differentiationen, z.B.

$$(3.2 \ 2.3 \ 1.3)' = \{(3.2 \ 2.3 \ 1.2), (3.2 \ 2.2 \ 1.3), (3.2 \ 2.2 \ 1.2), (3.1 \ 2.3 \ 1.3), (3.1 \ 2.2 \ 1.3), (3.1 \ 2.3 \ 1.2), \dots\},$$

d.h. man erkennt leicht, daß unter Gültigkeit der semiotischen Ableitung, wie sie oben definiert wurde, nicht nur die 10 „wohlgeformten“ (d.h. dem trichotomi-

schen Inklusionsprinzip gehorchenden) Zeichenklassen, sondern sämtliche $3^3 = 27$ kombinatorisch möglichen Zeichenklassen ins Spiel kommen. Daraus folgt also, daß nur die semiosis tiefste Zeichenklasse mit ausschließlich erstheitlichen trichotomischen Werten (3.1 2.1 1.1) keine semiotische Ableitung (außer sich selbst) besitzt und daß somit alle übrigen 26 Zeichenklassen Mengen von semiotischen Ableitungen besitzen, für deren Anzahl m das Intervall ($1 < m < 27$) anzusetzen ist. Speziell für den Fall, daß für die Integrationskonstante $C = 0$ anzusetzen ist, gilt für die in diesem Fall zur semiotischen Ableitung duale semiotische Integration dasselbe Intervall.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das Zeichen als differenzierbare Funktion II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

20.2.2012